VARIANT

ДВИ МГУ · Математика · 2025 · Поток 4

1. Найдите в явном виде целое число, задающееся выражением $\left(\frac{1}{24}+\frac{1}{15}-\frac{1}{10}\right)^{-1}$.

2. Строго возрастающая последовательность $a_1, a_2, a_3, \ldots$ натуральных чисел удовлетворяет при каждом натуральном n соотношению

$$a_{n+2} \leqslant \sqrt{a_n^2 + 2a_n + 2a_{n+1} + 2}$$

Найдите все возможные значения a_{25}, если известно, что $a_1 = 1$.

3. Решите неравенство

$$(2-2x)\cdot \log_{2\cdot 3^x-5} \sqrt{3} \leqslant 1.$$

4. Решите уравнение $\sin 3x(\cos x - \cos 2x) - \cos 3x(\sin x - \sin 2x) = 6\cos x - 3$.

5. Внутри окружности Ω радиуса 5 отмечена точка E, через которую проведены хорды AB и CD, перпендикулярные друг другу. Найдите все возможные значения расстояния от вершины F прямоугольника $AECF$ до центра O окружности Ω, если известно, что $OE = 1$.

6. Положительные действительные числа a, b, c удовлетворяют равенству $a + b + c = 1$. Найдите наименьшее возможное значение выражения

$$\frac{\sqrt{(1-a)(1-b)} + \sqrt{(1-b)(1-c)} + \sqrt{(1-c)(1-a)}}{1 + \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}}.$$

7. Дан куб с основаниями $ABCD, A'B'C'D'$ и боковыми рёбрами AA', BB', CC', DD'. Длина ребра этого куба равна 1 . На диагонали AC основания $ABCD$ отмечена точка E так, что $AE = \frac{\sqrt{2}-1}{2}$. Найдите площадь сечения данного куба, проходящего через его центр O и перпендикулярного прямой OE.